



**Disciplina:** Introdução à Inferência Bayesiana

**Professor:** Thiago F. Rangel

**Carga Horária:** 30 horas, 2 créditos

**Objetivos:**

Compreender os conceitos de probabilidade como tendência ou como medida de incerteza. Compreender os princípios e conceitos da lógica indutiva através de aprendizado por evidência. Ilustrar como evidência pode ser quantificada através de uma probabilidade condicional. Estabelecer uma comparação entre a inferência frequentista e Bayesiana. Entender as vantagens e desvantagens da inferência Bayesiana.

**Ementa:**

Lógica dedutiva e indutiva; paradoxo da indução e a uniformidade da natureza; visões de ciência de Popper e Lakatos; noções de probabilidade: probabilidade de eventos versus probabilidade de proposições, normalidade, certeza, adição e multiplicação, sobreposição, independência estatística, lei da probabilidade total; probabilidade conjunta, marginal e condicional; matrizes de probabilidade; teorema/regra de Bayes-Price-Laplace; probabilidade como descritora de frequência de eventos (probabilidade frequentista) *versus* probabilidade como descritora de incerteza do observador (probabilidade subjetiva); aleatoriedade; modelos de probabilidade; verossimilhança e magnitude de evidência; funções de verossimilhança; atualização da incerteza e aprendizado Bayesiano; inferência estatística por contraste contra hipótese nula (Fisher-Neyman-Pearson-Wald / Popper); *P*-valor e seu significado/interpretação; comparação entre modelos por parcimônia e inferência multi-modelo (Akaike / Lakatos); inferência Bayesiana por aprendizado; distribuições de probabilidade *a priori* e *a posteriori*; intervalo de credibilidade Bayesiano; fator de Bayes; algoritmos de amostragem MCMC (*Monte Carlo Markov Chain*)

**Metodologia:**

Aulas presenciais, com uso de projetor e quadro.

Apresentação teórica e uso de exemplos para demonstração de conceitos.

Aulas serão apresentadas em Português ou Inglês. Projeções em tela serão todas em Inglês.

**Avaliação:**

Vários trabalhos individuais curtos para serem executados em horário extra-classe e entregues na aula seguinte

Avaliação final na forma de prova teórica individual, ou apresentação oral de projeto

### Bibliografia básica comentada:

#### a) *Filosofia da ciência*

- Okasha, S. 2002. Philosophy of Science: a very short introduction. Oxford University Press.  
*Uma curta introdução à filosofia da ciência, mas que oferece perspectiva dos diferentes enfoques analíticos à pesquisa científica*
- Godfrey-Smith, P. 2003. Theory and Reality: an introduction to the philosophy of science. University of Chicago Press.  
*Uma obra profunda sobre filosofia da ciência, abordando não apenas as diferentes perspectivas, mas também seus respectivos contextos sociais e temporais*

#### b) *Lógica indutiva*

- Hacking, I. 2001. An introduction to probability and inductive logic. Cambridge University Press.  
*Excelente introdução à lógica indutiva e o uso do conceito de probabilidade para mensurar incerteza. Ampla exposição conceitual sobre as diferentes interpretações de probabilidade (e.g. subjetiva, racional, frequentista), assim como o uso probabilidade condicional para aprendizado Bayesiano. Linguagem matemática e lógica é mantida no nível mínimo, sem comprometer a profundidade da exposição dos conceitos. Desde o início do livro, ou também em cada capítulo, o autor propõe vários exercícios que testam o conhecimento e compreensão do leitor.*
- Skyrms, B. 1999. Choice and Chance: an introduction to inductive logic. Cengage Learning  
*Excelente introdução à lógica para cientistas, com grande foco em processos causais e teoria da decisão diante de incertezas. Excelente discussão sobre os diferentes conceitos de probabilidade e suas aplicações em ciência. Uso constante da linguagem simbólica para expressar conceitos de lógica e probabilidade, porém ao nível compreensível para ecólogos*
- Horwich, P. 1982. Probability and evidence. Cambridge University Press  
*Obra clássica em filosofia e lógica, com ampla exposição do significado epistemológico de evidência científica, bem como as condições conceituais para uso de evidência no aprendizado. Excelente discussão sobre o uso dos diferentes conceitos de probabilidade e suas aplicações em inferência científica.*

#### c) *Probabilidade*

- Stone, J. V. 2013. Bayes' Rule: a tutorial introduction to Bayesian analysis. Sebtel Press  
*Introdução superficial ao uso de probabilidade condicional e regra de Bayes. Suficiente apenas para compreensão da regra de Bayes, com limitada aplicação em inferência estatística e análise de dados*

- Gigerenzer, G., Swijtink, Z., Porter, T., Daston, L., Beatty, J. e Kruger, L. 1989. The Empire of Chance: how probability change science and everyday life. Cambridge University Press.  
*Uma visão científica das aplicações do conceito de probabilidade, com especial foco na aplicação de modelos estocásticos para representar incerteza*
- Jaynes, E. T. 2003. Probability Theory: the logic of science. Cambridge University Press.  
*Exposição de profundidade intermediária sobre os diversos usos de probabilidade em ciência. Inclui um capítulo sobre raciocínio lógico-indutivo usando probabilidade como medida de incerteza, e um capítulo sobre a definição matemática formal de probabilidade. Exposição sobre diversas técnicas de inferência estatística do ponto de vista da matemática e probabilidade.*
- Pishro-Nik, H. 2014. Introduction to probability, statistics and random processes. Kappa Research  
*Melhor livro-texto sobre probabilidade do ponto de vista matemático e formal, com aplicações em estatística e modelagem. Exposição profunda sobre teoremas em probabilidade, manipulação matemática de probabilidades, variáveis aleatórias e modelos de probabilidade, com avançado rigor e linguagem matemática formal. Contém diversos exercícios de probabilidade, com respostas.*
- Ross, S. 2014. Probabilidade: um curso moderno com aplicações. Bookman  
*Livro texto de probabilidade usado em cursos de matemática. Visão formal de probabilidade, sem aplicações em inferência estatística. Apresentação profunda sobre variáveis aleatórias e modelos de probabilidade. Contém diversos exercícios de probabilidade, com respostas.*

#### **d) Inferência estatística**

- Downey, A. B. 2013. Think Bayes: Bayesian statistics in Python. O'Reilly Media  
*Introdução à estatística Bayesiana, usando linguagem de programação, ao invés de simbologia matemática. O código fonte em Python está disponível e pode ser executado passo-a-passo para verificação do aprendizado. Nenhum dos exemplos do livro é ecológico, mas o desenvolvimento dos modelos probabilísticos é interessante mesmo assim.*
- McCarthy, M. A. 2007. Bayesian methods for ecology. Cambridge University Press  
*Introdução à estatística Bayesiana com exemplos ecológicos e cálculos usando o WinBUGS. Possui um excelente capítulo (cap. 2) sobre os três principais tipos de inferência estatística (teste de significância, seleção de modelos, e inferência Bayesiana), comparados do ponto de vista lógico, metodológico e com aplicação ecológica. Dezenas e dezenas de exemplos de aplicação de análise Bayesiana usando o software WinBUGs são apresentados, porém de forma muito superficial e desorganizada. Pouca ou nenhuma discussão sobre o desenvolvimento de modelos probabilísticos.*

- Burnham, K. P. and Anderson, D. R. 2011. Model selection and multimodel inference. Springer-Verlag  
*Mais importante referência sobre seleção de modelos, inferência por combinação entre modelos e Critério de Informação de Akaike (AIC). Traça comparações entre a seleção de modelos e o teste de hipótese. Excelente introdução à modelos de verossimilhança. O primeiro terço do livro é particularmente mais interessante e útil para o curso.*
- Efron, B. and Tibshirani, R. J. 1994. An introduction to the bootstrap. Chapman & Hall  
*Mais importante referência sobre os métodos de estimativa de tamanho de erro amostral através de re-amostragem (bootstrap e jackknife). Apesar do foco em estimativa de erro amostral, o livro apresenta de forma brilhante os fundamentos da inferência estatística e teste de hipótese.*
- Hilborn, R. and Mangel, M. 1997. The ecological detective: confronting models with data. Princeton University Press  
*Espetacular (talvez o melhor!) livro sobre análise de dados e inferência estatística aplicado à Ecologia! Extremamente claro na exposição da lógica subjacente à probabilidade, modelos de probabilidade, verossimilhança, e inferência Bayesiana, acompanhado de exemplos ecológicos expostos de maneira didática. Aborda de maneira clara e direta o uso dos dados para avaliação (“confronto”) com modelos, assim como a comparação entre modelos em função das suas respectivas capacidades de explicar os dados observados. Excelente explicação sobre os métodos de quantificação dos ajustes dos modelos (goodness-of-fit). Mantém a linguagem matemática reduzida ao mínimo, e substitui os conceitos estatísticos por explicações verbais. O livro traz ainda pseudo-códigos, que podem ser implementados em qualquer linguagem de programação, expostos em grau ascendente de complexidade, que ajudam a compreender o motivo dos principais cálculos de uma análise inferencial. Livro absolutamente obrigatório para um cientista que deseja formular suas próprias hipóteses e modelos, assim como coloca-los à prova empírica.*
- Kéry, M. 2010. Introduction to WinBUGS for ecologists. Academic Press  
*Excelente referência para análise de dados usando modelos lineares tradicionais (regressão, ANOVA, ANCOVA, GLM...) dentro do contexto bayesiano. Cada capítulo do livro é um modelo diferente, ilustrado com um exemplo ecológico que contém dados e códigos prontos em WinBUGS e R. Os códigos podem ser adaptados para ajustar melhor ao seu conjunto de dados, permitindo que você aplique análises Bayesianas na sua pesquisa com facilidade. Exige conhecimento de programação de computadores e do software WinBUGS. Contém praticamente nenhuma teoria/justificativa de probabilidade ou explicação do teorema de Bayes, já que o livro é focado em análise de dados apenas.*

- Kruschke, J. K. 2014. Doing Bayesian data analysis. Academic Press  
*Completa referência para análise Bayesiana utilizando R e BUGS, com códigos disponíveis. Interessante introdução a modelos probabilísticos. Longa discussão sobre inferência Bayesiana usando modelos simples (binomial, bernoulli, etc). Introdução aos métodos de Estocásticos de Cadeia de Markov (MCMC) e distinção entre amostradores de Gibbs e Metropolis-Hastings. Terceira parte apresenta os principais modelos lineares (GLMs) do ponto de vista Bayesiano.*
- Link W. A. e Barker R. J. 2010. Bayesian Inference with ecological applications. Academic Press.  
*Interessante fonte sobre de populações ecológicas através de inferência Bayesiana. Apresenta modelos populacionais aplicadas, tais como marcação-recaptura (populações fechadas e abertas), estimativa de tamanho populacional, modelos de séries temporais, sobrevivência, etc.*
- Gamerman, D. and Lopes, H. F. 2006. Markov Chain Monte Carlo. Chapman & Hall  
*Mais importante referência sobre métodos computacionais e algoritmos de amostragem usados em análise Bayesiana de dados. Livro extremamente matemático e técnico*
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A. and Rubin, D. B. 2013. Bayesian Data Analysis. CRC Press  
*Mais completa e importante referência sobre análise Bayesiana de dados, tanto para cientistas quanto para estatísticos. Considerada a bíblia da estatística Bayesiana*
- Pawitan, Y. 2013. In All Likelihood: statistical modelling and inference using likelihood. Oxford University Press  
*Mais completa e importante referência sobre modelos de probabilidade aplicados em pesquisa científica, e inferência por verossimilhança. Texto legível e compreensível para biólogos, mas extremamente focado no aspecto estatístico da verossimilhança.*
- MacKay, D. J. C. 2013. Information Theory, Inference and Learning Algorithms. Cambridge University Press  
*Excelente referência para os interessados no aspecto computacional do aprendizado automatizado. O capítulo 4 aborda probabilidade e inferência tanto do ponto de vista científico quanto computacional.*

**e) Artigos científicos em Ecologia e Evolução sobre inferência Bayesiana**

- Clark J. S. 2005. Why environmental scientists are becoming Bayesians. *Ecology Letters* 8:2-14.
- Clark J. S. e Gelfand A. E. 2006. A future for models and data in environmental science. *Trends in Ecology and Evolution* 21:375-380
- Dennis B. 1996. Should ecologists become Bayesians? *Ecological Applications* 6:1095-1103.
- Efron B. 2013. Bayes' theorem in the 21<sup>st</sup> century. *Science* 340:1177-1178.
- Ellison A. M. 1996. An introduction to Bayesian inference for ecological research and environmental decision-making. *Ecological Applications* 6:1036-1046.
- Ellison A. M. 2004. Bayesian inference in Ecology. *Ecology Letters* 7:509-520.
- Hartig F., Calabrese J. M., Reineking B., Wiegand T. e Huth A. 2011. Statistical inference for stochastic simulation models – theory and application. *Ecology Letters* 14:816-827.

**f) História da indução lógica, da probabilidade e do pensamento Bayesiano**

- Hacking, I. 2006. The Emergence of Probability: a philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference. Cambridge University Press  
*Excelente apresentação história do início do pensamento indutivo e do desenvolvimento do conceito de probabilidade, tanto do ponto de vista filosófico quanto científico*
- McGrayne, S. B. 2012. The Theory that Would not Die: how Baye's rule cracked the enigma code, hunted down Russian submarines, and emerged triumphant from two centuries of controversy. Yale University Press  
*Excelente apresentação histórica do surgimento do conceito de probabilidade subjetiva e aprendizado Bayesiano, assim como da controvérsia que atravessou séculos. Ricos exemplos históricos da aplicação da inferência Bayesiana nas mais diversas áreas do conhecimento. Livro de divulgação científica que não utiliza linguagem matemática, ou exige conhecimento prévio de estatística. Não apresenta profundidade suficiente para permitir uso ou aplicação de estatística Bayesiana*
- Salsburg, D. 2009. Uma Senhora Toma Chá... como a estatística revolucionou a ciência no século XX. Zahar  
*Apresentação da história do desenvolvimento do conceitual da estatística moderna, com especial foco na biografia dos principais personagens responsáveis por esse desenvolvimento.*

**g) Divulgação científica**

- Ellenberg, J. 2015. How Not to be Wrong: the power of mathematical thinking. Penguin.  
*Apresentação superficial (divulgação científica) do pensamento estatístico e inferência com base em evidência, aplicado a vários contextos reais, usando exemplos interessantes e contra-intuitivos. Excelente crítica sobre o teste de hipótese frequentista. Discussão sobre inferência Bayesiana na parte 2, capítulos 6 – 10.*
- Silver, N. 2015. The Signal and the Noise: why so many predictions fail – but some don't. Penguin.  
*Divulgação científica dos métodos modernos de previsão e aprendizado automatizado. Capítulos 4 – 8 apresenta excelente discussão e exemplos de aplicação de aprendizado Bayesiano em recursos modernos de informática e para previsões automatizadas, tais como inteligência artificial e aprendizado de máquinas*
- Carroll, S. 2016. The Big Picture: on the origins of life, meaning and the universe itself. Dutton.  
*Divulgação científica dos conceitos modernos de física e cosmologia. Na parte 2, capítulos 9 – 18, possui excelente discussão do uso de inferência Bayesiana em física moderna*